

## 11. fejezet A logika nyelvtana

Már az első fejezetben felmerült, hogy a logika nyelvtana nem egyezik meg a szokásos értelemben vett nyelvtannal. A

### #11.1 Néhány lány énekel

és a

### #11.2 Kati énekel

mondatok logikai struktúrája nem egyezik meg, mert egészen más szerepet játszanak a következtetéseinkben. Így tehát a 'Néhány lány' és a 'Kati' kifejezések nem cserélhetők fel egymással a logikai szerkezet megváltoztatása nélkül, holott nyelvtani szempontból mind a kettő alanyi csoport, és magyar mondatokban a nyelvtani szerkezet, nyelvtani helyesség sérelme nélkül általában felcserélhetőek. A logikai szerkezetről viszont eddig csak annyit tudunk, hogy bizonyos kijelentések felbonthatók egy egyargumentumú konnektívum és egy másik kijelentés összetételére, más mondatok pedig két kijelentésnek egy kétargumentumú konnektívummal történt összekapcsolásaként származtathatók. Nem tudjuk még, hogyan bonthatók fel kijelentések olyan alkotórészekre, melyek közül már egyik sem kijelentés. Ahhoz, hogy ebben előbbre léphessünk, két kiindulóponton kell támaszkodnunk. Az egyik a nyelvi (összetett) kifejezések elemzésének egy általános elve, amely Frege-től származik.<sup>1</sup> Így fogalmazhatjuk meg a magunk számára:

*Minden összetett kifejezés felfogható úgy, mint egy üres helyekkel rendelkező kifejezés üres helyei odaillő kifejezésekkel való kitöltésének eredménye.*

Itt az üres helyek nem egyebek, mint amiket már a 2. fejezetben, a konnektívumok bevezetése alkalmával is kipontozással jelöltünk. Azt is tisztáztuk már ott, hogy a konnektívumok esetében az üres helyekre illő kifejezések mondatok. Az üres helyekkel rendelkező kifejezések az eddigiekben mindig konnektívumok voltak. Ezeknek a nyelvtani szerepét úgy jellemezhetjük tehát, hogy üres helyeik mondatok számára vannak fenntartva, és a helyek kitöltésével újból mondatot kapunk.

Az üres helyekkel rendelkező kifejezéseket a továbbiakban **funktornak**, az üres helyeket magukat **argumentumhelyeknek** vagy bemeneti helyeknek, az üres helyekre adott alkalommal odakerülő kifejezéseket **argumentumoknak** vagy bemeneteknek fogjuk nevezni. A funktor adott argumentumokkal való kitöltése által keletkező kifejezés a funktor adott argumentumokra történt alkalmazásának **eredménye**, avagy az a kimenet, amit a funktor az adott bemenetekből előállít. Az üres helyek száma a funktor argumentumszáma. Mindig feltételezzük, hogy egyértelműen meghatározható, milyen típusú kifejezés számára van egy argumentumhely fenntartva.<sup>2</sup> Egy funktort tehát úgy képzelhetünk el, mint egyfajta automatát, amely bármely megfelelő bemenetet beletáplálva valamilyen kimenetet ad ki magából.

---

<sup>1</sup> Gottlob Frege (1848-1924) német matematikus, logikus, filozófus, a modern logika első teljes elméletének megalkotója. A következő elvet első nagy művében, az 1879-ben publikált *Begriffsschrift*-ben rögzítette (magyarul *Fogalomírás*, a modern logikát ténylegesen megalapozó első két fejezet fordítása in: *Logikai Vizsgálódások*, Budapest: Osiris, 2000).

Egy régi példánkat elővéve: az ‘és’ szó (az eddigi terminológiánknak megfelelően) kétargumentumú funktor, mert van két argumentumhelye, maga előtt és maga után:

..... és \_\_\_\_

Most kipontozással és aláhúzással jelöltük a bemeneti helyeket. Ezek a helyek mondatok számára vannak fenntartva. Ha beírunk oda egy-egy mondatot, például azt, hogy ‘Bogáncs szaladgál’ és ‘Bogáncs ugat’, azt a kimenetet kapjuk, hogy

### #11.3

Bogáncs szaladgál és Bogáncs ugat

Az ‘és’ funktor tehát a ‘Bogáncs szaladgál’ és ‘Bogáncs ugat’ argumentumokra alkalmazva a #11.3 mondatot adja eredményként (amit aztán szabad úgy átfogalmazni, hogy ‘Bogáncs szaladgál és ugat’).

A mondatok olyan kifejezések, amelyekben nincsenek üres helyek. Tehát ők magunk nem funktorok, hanem csak funktorok argumentumaként szerepelhetnek. Ezt a tényt úgy is mondhatjuk, hogy a mondatok alkotják logikai nyelvtanunk (szintaxisunk) egyik *alaptípusát*, azaz elemzéseink egyik kiindulópontját. Ahhoz viszont, hogy legyen valamilyen támpontunk arra nézve, hogyan is kell funktorra és argumentum(ok)ra bontani az olyan mondatokat, amelyeket nem tudunk valamilyen funktor mondatokra való alkalmazásának eredményeként felfogni, szükségünk van legalább még egy alaptípusra. Ez a típus az **individuumnevek** típusa lesz, és ennek a típusnak a kijelölése Frege elve mellett a második kiindulópontunk. Tehát az individuumnevek is olyan kifejezések, amelyek nem funktorok (de szerepelhetnek akár funktor argumentumaként, akár kimeneteként).

Individuumnevek azok a nyelvi kifejezések, amelyek arra szolgálnak, hogy valamilyen dolgot, objektumot, személyt megnevezzenek. Azt, hogy „dolog” vagy „objektum” nagyon általános értelemben kell felfogni. Ide tartoznak nemcsak a fizikai tárgyak, hanem absztrakt objektumok (például a számok), vagy egyedi tulajdonságok (például az első szerelmem szeme színe) is. A legegyszerűbb példát individuumnevekre a tulajdonnevek adják. A #11.2 mondatban a ‘Kati’ név arra szolgál, hogy megnevezzon egy bizonyos személyt, akiről aztán a mondat azt állítja, hogy énekel. (Ez a funkció nem változik meg attól, hogy a ‘Kati’ név több személy neve is lehet; amikor a mondatot használjuk, általában a körülményekből egyértelmű, hogy melyik Katiról van szó. Ha viszont nem, akkor nem lesz érthető, mit is akartunk közölni a mondattal.) Az individuumnevek másik csoportját a (határozott) leírások adják: azok a kifejezések, amelyek a tulajdonságain keresztül neveznek meg egy bizonyos személyt vagy dolgot (azt, hogy tulajdonság, éppen olyan tágan kell érteni, mint előbb azt, hogy dolog). Ilyen például az a kifejezés, hogy ‘az első szerelmem’. Az ‘Az első szerelmem énekel’ mondatnak ugyanaz a logikai szerkezete, mint a #11.2-nek: egy individuumnévből, az ‘az első szerelmem’ leírásból képeztünk mondatot az ‘énekel’ szó használatával. Sőt, ugyanez a szerkezete az ‘A lány énekel’ mondatnak is. Formája szerint az ‘a lány’ kifejezés is leírás; értelmes közlésre épp ezért csak olyan körülmények között tudjuk felhasználni, amikor csak egy lány jöhet szóba.

<sup>2</sup> Ez a feltételezés a természetes nyelvek kifejezéseire nem mindig teljesül, a logikai elemzésnél azonban segítünk magunkon egy nem teljesen elegáns módszerrel: a többféle típusú argumentummal, sőt, többféle argumentumszámmal előforduló kifejezéseket többértelműeknek tekintjük.

Nem tévesztendő össze azzal a kifejezéssel, hogy 'lány'; az az összetétel, hogy 'lány énekel' nem is mondat. A határozott névelőnek itt fontos szerepe van; a leírások gyakran kezdődnek határozott névelővel.

Most már elkezdhetjük a #11.2 mondat elemzését. Két összetevője, a 'Kati' és az 'énekel' közül az első biztosan nem funktor, hiszen tulajdonnév. Ezért a mondatot Frege elvének megfelelően csak úgy bonthatjuk fel, hogy az 'énekel'-t tekintjük funktornak. Ez tehát egy olyan funktor, amelynek az argumentumhelyére individuumnevek írhatók, kimenete pedig mondat. Valóban:

#11.4

Az első szerelmem énekel.

Enrico Caruso énekel.

A cirkuszi ló énekel.

mind szintaktikailag helyes magyar mondatok, és arra sincs semmi okunk, hogy a logikai szerkezetüket megkülönböztessük.

Könnyen találhatunk hasonló szintaktikai szerep betöltésére képes kifejezéseket, tehát olyanokat, amelyeknek egyetlen üres helyét individuumnévvel kitöltve mondatot kapunk. Néhány jellegzetes példa:

#11.5

... olasz

... szép

...szébb, mint a Mona Lisa

Bármelyiket beírva a #11.4 példamondatokban az `... énekel' helyére szintaktikailag helyes mondatokat kapunk, még ha egyik-másik kicsit furcsa is. Ezeknek a mondatoknak tehát megegyezik a logikai szerkezetük: mindegyik egy individuumnév és egy individuumnév-bemenetű, mondat-kimenetű funktor összekapcsolásából áll.<sup>3</sup>

Miután a kifejezéseket aszerint kívánjuk **logikai típusokba** sorolni, hogy a Frege elve szerinti felbontások során milyen szerephez juthatnak, a funktorok típusát az határozza meg, hogy

1. hány argumentumhelyük van.
2. ezek milyen típusú kifejezésekkel tölthetők ki.
3. eredményként milyen típusú kifejezést kapunk.

A logikai típusok rendszerét a két alaptípus – mondatok, individuumnevek – és a különböző, ezzel a három jellemzővel megkülönböztetett funktortípusok adják.

Az olyan funktorokat, amelyeknek minden bemenete individuumnév, kimenete pedig mondat, **predikátumok**nak nevezzük. A bemeneti helyek szerint megkülönböztethetünk egy-, két-, háromargumentumú predikátumokat. Elvben nem zárhatjuk ki többargumentumú predikátumok létezését sem. A 11.5 példák tehát egyargumentumú predikátumok. De a 'Kati szébb, mint a Mona Lisa' mondatot elemezhetjük másként is: felfoghatjuk úgy, mint a `...

<sup>3</sup> Kicsit pontosabban: első közelítésben, a mondat szerkezete feltárásának első lépéséig elmenve egyezik meg a logikai szerkezetük. A példaképpen felhozott individuumnevek és funktorok között is van összetett (az első szerelmem', 'szébb, mint a Mona Lisa'). Ezeket Frege elvére támaszkodva tovább elemezhetjük, és így a mondatok finomabb logikai szerkezetét is feltárhatjuk.

szébb, mint \_\_\_' kétargumentumú predikátum üres helyei kitöltésének eredményét a 'Kati' és 'a Mona Lisa' individuurnevekkel.

Javasolhatnánk azt is, hogy maradjunk csak a 'Kati szébb, mint a Mona Lisa' mondat korábbi elemzésénél, és az ott kapott egyargumentumú '... szébb, mint a Mona Lisa' predikátumot bontsuk szét a 'szébb, mint ...' funktorra és az 'a Mona Lisa' individuurnévre, mint argumentumára. Ez teljesen rendben volna így is; nem állítottuk, hogy a felbontás egyértelmű. Frege elve még több utat is megenged. Ha elemzéseinkben mindenekelőtt a most ismertetett és ismertetendő legegyszerűbb típusokat keressük az összetett kifejezéseken belül, akkor már körülbelül egyértelmű, hogy milyen eredményre jutunk. De a kétargumentumú predikátumokat felfoghatnánk úgy is, mint olyan funktorokat, amelyeknek egy individuurnév a bemenete, és kimenetként egyargumentumú predikátumot adnak. (Ez valójában nem is jelentene lényeges különbséget.)

Kétargumentumú predikátumra is számos egyszerű példát találunk a köznyelvben: ilyenek a középfokú melléknévi alakokon kívül bizonyos tárgyias ragozású igealakok, a tárgyraggal együtt. Például a

#11.6

Kati énekli kedvenc dalát

mondatban az '... énekli \_\_\_-t' kétargumentumú predikátum van a 'Kati' és 'Kati kedvenc dala' individuurnevekkel kitöltve. Háromargumentumú, egyszerű predikátumra is találhatunk példát a magyar köznyelvben. A

#11.7

Róbert Gida Micimackó és Malacka között sétál

mondatban a '... \_\_\_ és \_\_\_ között sétál' három individuurnévet kapcsol össze, tehát háromargumentumú predikátumként működik. De persze ha összetett is lehet, akárhány argumentumú predikátumot is produkálhatunk: Szerkesztünk egy elég hosszú mondatot, amelyben előfordul annyi név, amennyi kell, majd ezeket elhagyjuk, azaz üres helyekkel helyettesítjük.

A predikátumok tehát nem típust, hanem típuscsaládot alkotnak; az egy-, a két-, a három-, stb. argumentumú predikátumok alkotnak egy-egy típust. Voltaképpen már találkoztunk egy másik típuscsaláddal is: általában **konnektívum**nak nevezzük azokat a funktorokat, amelyeknek minden argumentumhelye mondatok számára van fenntartva. Ezek egy része logikai konstans valamilyen elméletben (a kijelentéslogikában a 'Nem igaz, hogy ...', az '... és ...', a 'Ha ..., akkor ...' és társai, a modális logikában ezen kívül a 'Szükségszerű, hogy ...', a 'Lehetséges, hogy ...'), de vannak olyanok is, amelyeket nem szoktak logikai konstansnak tekinteni. Egyargumentumú konnektívum a 'Valószínű, hogy ...', kétargumentumú például a '..., mert ...'. A konnektívumok argumentumszáma – a predikátumokéhoz hasonlóan – elvben nincs korlátozva, de persze a köznyelvben nemigen találkozunk kettőnél több argumentumú konnektívummal.

Még egy típuscsalád van, amellyel részletesebben foglalkozunk: azokat a funktorokat, amelyeknek individuurnévek a lehetséges bemenetei, és a kimenetük is individuurnév,

**névfunktor**oknak nevezzük. A leírásokban legtöbbször szerepelnek névfunktorok. Néhány példa:

#11.8

János apja

Péter kedvenc csapata

Jancsi és Juliska első közös sétája<sup>4</sup>

Ha ezekből a leírásokból elhagyjuk a tulajdonneveket, megkapjuk az ‘... apja’ és a ‘... kedvenc csapata’ egyargumentumú névfunktorokat, illetve ‘... és \_\_\_ első közös sétája’ kétargumentumú névfunktorot. Névfunktorokkal gyakran találkozhatunk a matematika nyelvben, ilyen például a ‘+’ (de most írjuk az argumentumhelyek kijelölésével úgy, hogy ‘... +\_\_\_’) jel. Ha ennek a jelnek a két bemeneti helyére a ‘3’ és az ‘5’ jeleket írjuk (ez a két jel egy-egy számnak a tulajdonneve), a ‘3+5’ kifejezést kapjuk, ami a 8 számnak már nem tulajdonneve, hanem leírása – de mindenképpen ezt a számot nevezi meg. Ha ugyancsak a 8 számot a ‘2<sup>3</sup>’ kifejezéssel nevezzük meg, ezt felfoghatjuk úgy, hogy a ‘...<sup>3</sup>’ egyargumentumú névfunktorot töltöttük ki a ‘2’ számnévvel.<sup>5</sup> A névfunktorok tehát újabb funktorcsaládot alkotnak; elvben ebben a családban is helye van akárhány argumentumú funktoroknak.

A logika nyelvtanának (szintaxisának) elemi szintjéhez tartoznak azok a funkortípusok, amelyek a következő tulajdonságokkal rendelkeznek:

1. mindegyik bemeneti helyük egyforma típusú;
2. mind a lehetséges bemeneteik, mind a kimenetük valamelyik alaptípusba tartozó kifejezés.

Ezt a két kikötést a fenti három funktorcsalád tagjain kívül még olyan funktorok teljesíthetnék, amelyeknek mindegyik argumentuma mondat, kimenete pedig individuumnév. Ilyen funktorra azonban a köznyelvben és a tudományok nyelvben előforduló kifejezések elemzésénél egyetlen egyre van csak szükségünk: arra, hogy ‘Az, akire/amire igaz, hogy ...’. Ennek segítségével tudjuk elemezni a 11.4 példában szereplő leírást:

#11.9

‘Az első szerelmem’: ‘Az, akire igaz, hogy (ő az első szerelmem)’

Általában ez a funktor alkalmas a határozott névelővel kezdődő leírások szerkezetének feltárására. Olyan logikai elméletekben, ahol helye van, mindenképpen beletartozik a logikai konstansok közé; neve az, hogy **deskriptor**. Más olyan funktorra, amely mondat(ok)ból individuumnevet képez, nem lesz szükségünk, úgyhogy ilyen funktorcsaládot nem definiálunk.

A predikátumok, konnektívumok és névfunktorok típusai alkotják együttesen az **elsőrendű típusok** összességét. Ezekre és néhány típusokba nem sorolt logikai konstansra épül a kijelentéslogikánál eggyel bonyolultabb elmélet, az **elsőrendű logika** (más szokásos nevein

<sup>4</sup> Ez a kifejezés egy esemény megnevezése, de attól még ugyanúgy individuumnév, mint a személyek, fizikai tárgyak vagy absztrakt objektumok (pl. számok) megnevezése.

<sup>5</sup> Az élesszemű olvasó felvetheti, hogy éppen ilyen jogos lenne a ‘2<sup>3</sup>’ kifejezést úgy elemezni, hogy a ‘2...’ névfunktor argumentumhelyére írjuk a ‘3’ számnévet. Ez így van, és nem baj. Semmi nehézséget nem jelent, hogy ugyanazt a kifejezést többféleképpen is tudjuk származtatni mindaddig, amíg ettől a kifejezés nem jelöl más dolgot.

*predikátumlogika* avagy *kvantifikációelmélet*). Zárásképpen lássunk egy-egy példát olyan, a köznyelvben gyakran előforduló funktorra, amely megsérti a fenti 1., illetve 2. kikötést, és ezért nem tartozik az elsőrendű funktorok közé.

#11.10

Jancsi tudja, hogy léteznek tündérek.

Ebben a mondatban két részkifejezésnek ismerjük a típusát: a ‘Jancsi’ individuumnév, a ‘Léteznek tündérek’ pedig mondat. Ezeket a ‘... tudja, hogy \_\_\_’ funktor kapcsolja össze mondattá, amelyben a pontok (a nyelvtani alany) helyére individuumnevet, a vonal (a tárgy) helyére pedig kijelentést írhatunk. A ‘... tudja, hogy \_\_\_’, néhány rokonával együtt olyan kétargumentumú funktor, amelynek különböző típusúak az argumentumai: **inhomogén** funktor. Vele azonos típusba tartozik néhány úgynevezett mondat tárgyú ige: ‘véli’, ‘hiszi’, ‘látja’, pontosabban ezeknek a logikai szintaxis szemlélete szerint kiegészítővel ellátott, két üres helyet tartalmazó változatai.

Már ennek a fejezetnek a legelső példamondatában találkoztunk a 2. kikötést nem teljesítő funktorral:

11.1 Néhány lány énekel.

A mondatban nem szerepel se részmondat se individuumnév; előfordul viszont benne az ‘... énekel’ egyargumentumú predikátum. Nem tudjuk tehát másképp felbontani, mint úgy, hogy itt a ‘Néhány lány ...’ kifejezés a funktor, és ennek üres helyét lehet egyargumentumú predikátummal kitölteni – az eredmény természetesen mindig mondat. A ‘Néhány lány ...’ rokonsági köre is számos fontos funktorból áll: ‘Minden fiú ...’, ‘Három póniló ...’, ‘Sok választópolgár ...’, és így tovább. Általában kijelentéseink alanyi csoportjai értelmezhetők így, kivéve azokat, ahol az alany individuumnév. Tovább is elemzhetjük őket: sok esetben (a fentiek mindegyikében) az a helyzet, hogy a funkton belül találhatunk még egy egyargumentumú predikátumot. Ha ezt is kiemeljük, persze üres helyet hagyva a helyén, akkor eljutunk a ‘Néhány \_\_\_ ...’, ‘Minden \_\_\_ ...’, stb. kétargumentumú, homogén funktorokhoz, amelyeknek bemenetei egyargumentumú predikátumok, kimenete pedig mondat. Az ilyen funktorok egy része (pl. rögtön a fenti kettő) fontos logikai konstans.